İstatistik Önemlilik Hata Tipleri

BİYOİSTATİSTİK VE TIP BİLİŞİMİ A.D.

İstatistik Önemlilik

- İstatistiksel olarak önemlidir, cümlesi hemen hemen bütün bilimsel çalışmalarda rastlanan cümledir.
- Bu cümleyi söyleyebilmek için mutlaka bir istatistik önem testi yapılmış olması gerekir.
- Örneğin bir klinisyen belli sayıdaki hasta üzerinde yaptığı denemede A ilacının B ilacından daha iyi sonuç verdiğini söyleyebilir. Bu farklılık gerçekten iki ilacın farklı olduğundan mı yoksa başka sebeplerden mi ileri geldiğinin bilinmesi önemlidir.

- Bu farklılığın sebepleri şunlar olabilir:

1. A ilacı gerçekten B ilacından daha etkilidir,
2. Araştırıcının kontrolü dışındaki bazı etmenler (confounding factor), örneğin denekleri belirlerken dikkate alınmayan yaş faktörü gibi, böyle bir farklılığa sebep olmuş olabilir,
3. İlaca karşı alınan cevaplardaki şanstan ileri gelen tesadüfi değişkenlikler buna sebep olabilir.

Eğer ikinci gösterilen gerekçe bu farklılığın sebebi ise bu kurulan deneme hatasıdır, analiz yeniden kurulmalı veya yaşa göre düzeltilerek yapılmalıdır.

- Eğer gözlenen fark tesadüfi farktan daha büyükse o zaman ilaçlar arasında gerçek farklılıktan söz edilebilir. Bu karşılaştırma istatistik önem testleri ile yapılır.
- İstatistik önem testlerinde karşılıklı iki iddia vardır. Bu iddialara "Hipotez" denir.
- İki veya daha fazla muamele grubu arasında popülasyon parametreleri yönünden fark yoktur şeklinde ileri sürülen iddia ya "sıfır hipotezi" denir ve H_o ile gösterilir. Yani buna göre muameleler arasında gözlenen fark tamamen tesadüfi farklılıktır, gerçek farklılık yoktur.

- Sıfır hipotezi karşısında ileri sürülen diğer iddia ise "Karşıt Hipotez" dir ve H_1 ile gösterilir. Bu iddiaya göre muamelelerden (ilaçlar) en az biri diğerlerinden farklıdır.
- İstatistik test sonucunda sıfır hipotezi red edilirse karşıt hipotez kabul edilmiş olur.
- O halde, istatistik test sonucu test istatistiği için bir değer hesaplanacaktır, bu değere bakarak H_o nasıl red veya kabul edilecektir?
- Bunun için önem düzeyi, I. Tip Hata, II. Tip Hata, testin gücü gibi tanımların bilinmesi gerekir.

H_1 Hipotezinin Kuruluşu

- Ho Hipotezi yokluk hipotezidir. Yani iki uygulama arasında fark yoktur diye kurulur. Diğer bir ifade ile:

$$H_0 : p = p_0$$
$$- - - - - - - - - - - -$$
$$H_1 : p \neq p_0 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : p > p_0 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : p < p_0 \quad \text{şeklinde kurulur}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$- - - - - - - - - - - -$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \quad \text{şeklinde kurulur}.$$

- Bu ifadeler araştırırcının konu ile ilgili ön yargısına bağlı olarak değişir. Eğer araştırıcı 1. Uygulamanın 2. Uygulamadan iyi olacağına dair ön yargısı varsa

H1: $\mu_1 > \mu_2$ şeklinde kurulur.

- Hiçbir ön yargısı yoksa

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$ şeklinde kurulur.

Analiz Anında Dikkat Edilmesi Gereken Bazı Hususlar

- İstatistik test mantıksal olarak bir ceza mahkemesinde yapılan işin aynını yapmaktadır.
- Tüm şüphelenmelere rağmen "**Sanık suçu ispatlanana kadar masumdur**" mantığı hakimdir. Sanık hariç sanığın avukatı dahil mahkemedeki herkesin zihninde sanığın suçlu olduğuna dair bir şüphe her zaman vardır.
- Mahkemenin her kararını %100 doğrulukla verdiğini hiç kimse söyleyemez, bir çok kez gerçek suçlunun beraat ettiğini veya suçsuz birinin mahkum olabildiğini görmüşüzdür.

Mahkeme	Önem Testi
İddia:Her sanık suçlu bulunana kadar masumdur	**Ho: μ=0,** ilacın etkisi yoktur.
İddia: Sanık suçludur	**H1: μ≠0**, ilaç etkilidir.
Delil toplama	***Araştırma yapma (****Örnek büyüklüğü****)***
Toplanan delillerin değerlendirilmesi	Veri/İstatistik test
Yasalar, ilgili yasa maddeleri	İstatistik kurallar, varsayımlar (Normallik, variyans homojenliği vs)
Karar	**Test sonucu**
Yanlış karar: Masum bir sanığın mahkum olması	**I. Tip hata** (Ho gerçekten doğru olduğu halde bunun reddi, yani ilaç gerçekten etkisiz olduğu halde delillere göre etkili bulmak)
Yanlış karar: Suçlunun mahkemece delil yetersizliğinden serbest bırakılması	**II. Tip hata** (Ho gerçekten yanlış olduğu halde bunun kabulü, yani ilaç gerçekten etkili olduğu halde delillere bakarak etkisiz olarak bulmak)

Test Yaparken Yapılabilecek Hatalar Nelerdir?

- Mahkeme iki tip hatayı da yapabilmektedir.
  - *Masum birinin suçlu bulunması I. Tip hatadır* (işlenme olasılığı α dır).
  - *Suçlu birinin beraat ettirilmesi II Tip hatadır* (işlenme olasılığı β dır).
- Genelde istatistikte α nın değeri %5 veya %1 olarak sabit olarak seçilir, β nın değeri için alışılmış bir değer yoktur.

II. Tip hata veride anlamlı bir şeyler varsa bunun göz ardı edilmesi hatasıdır. Yani mahkemede suçla ilgili bazı göstergeleri olan, ama yeterli görülmeyen birinin beraat ettirilmesi gibi.

- **II. Tip hatanın** işlenmesi bir çok faktöre bağlıdır.

Bunlardan ilki eldeki veri suç göstergesi olarak ne kadar bilgi taşıdığıdır. Eğer göstergeler çok güçlü ise II Tip hatanın işlenmesi olasılığı fazla olmaz.

İkinci faktör suç göstergesi olan bilgiler arasındaki değişkenliktir. Yani delil olarak toplanan bilgiler çok fazla değişkense, kendi arasında çok farlılık gösteriyorsa hata yapma olasılığı artar.

Üçüncü faktör delil olarak toplanan bilginin yeterli miktarda olması gerekir, yani **örnek büyüklüğü** doğru kararın verilmesinde önemli bir etmendir.Eğer toplanan delil sayısı az ise II Tip hata yapma olasılığı artar. Çok fazla delil toplandığında yani büyük denekli çalışmalarda II. Tip hata yapma olasılığı çok düşüktür, küçük çalışmalarda II. Tip hata yapma olasılığı büyüktür.

- Mahkemede karar verirken yanlış yasa kullanılarak doğru karar verilemeyeceğine göre, istatistikte de **varsayımlar tutmuyorsa** verilen kararın doğruluğu şüphe götürür. Yani her yöntemin hangi varsayımlar altında doğru karar vermeye yardımcı olacağını bilmek gerekir. Diğer bir ifade ile verilerin analizinden önce mutlaka varsayımların testleri yapılarak kontrol edilmelidir.

Hipotezin Ret Edilememesi, Kesin Kabulü Anlamına mı Geliyor?

- Sıfır hipotezi ret edilemediği zaman, bu onun kabulü anlamını tam taşımıyor. Çünkü mahkemede "sanık mevcut delillere göre suçlu bulunmadı" denmesi onun gerçekten suçsuz olduğunu göstermez, sadece mevcut delillerle suçu ispatlanamadı anlamını taşımaktadır.

		Gerçek Durum	
		Ho Doğru	**Ho** Yanlış
Test Sonucu	**Ho** Red	**I. Tip Hata** P(**I.** Tip Hata)= α	Doğru Karar
	Ho Kabul	Doğru Karar	**II. Tip Hata** P(**II.** Tip Hata)= β

- Ho gerçekten doğru ise araştırıcı bu doğru iddiayı testin sonucundaki hesapladığı değere göre red ederse, hata yapmış olacaktır, istatistikte buna "I. Tip Hata" denir, bu hatanın yapılması olasılığı da (α) ile gösterilir. Bu olasılık "testin önem düzeyi" veya "anlamlılık düzeyi" olarak da adlandırılır. Yani **α=0.05** önem düzeyinde test yapıldı dendiğinde, bunun anlamı; araştırıcı doğru bir Ho hipotezini red etmek için 0.05 lik bir hata yapma riskini kabulleniyor demektir. Bu genelde hipotez kurulurken peşinen kabul edilen risktir.
- Araştırıcı istatistik testi yapabilmesi için belirli bir düzeyde hata yapma riskini de üzerine alması gerekir, aksi halde test yapamaz.

- Araştırıcı istatistik test yaparken bir başka şekilde de hata yapabilir. Bu da, Ho ile ileri sürülen iddia gerçekten doğru değilse ve araştırıcı test istatistiğinde elde ettiği değere bakarak bu yanlış iddiayı kabul ederse yine hata yapmış olacaktır. Bu tip hata ya da istatistik de "II. Tip Hata" denir. II Tip Hata yapma olasılığı β ile gösterilir.
- İstatistik testler yapılırken bu hata olasılıkları mutlaka vardır ve her ikisini aynı anda küçültmek mümkün değildir. (α) küçülürken (β) büyür, (β) küçülürken (α) büyür. Bu aşağıdaki şekil üzerinde izah edilebilir.

- İstatistiksel olarak önemli farklılık bulunmuştur denildiğinde, bunun anlamı Ho hipotezi red edilmiştir demektir. Araştırıcı eğer (α) yı küçük tutmayı yeğliyorsa bu Ho gerçekten doğru ise bunu red etme riskini azaltıyor demektir. Araştırıcı buna kendi karar verir. Uygulanan muamelenin niteliği de belirleyici olur. "Muameleler arasında gerçekten fark yoksa bunu" bunu varmış gibi görerek işlem yapmak mı daha ciddi sonuç doğurabilir? veya "muameleler arasında gerçekten fark varsa" bunu yokmuş gibi görerek işlem yapmak mı daha ciddi netice doğurur ? Buna karar vermek araştırıcıya bağlıdır.

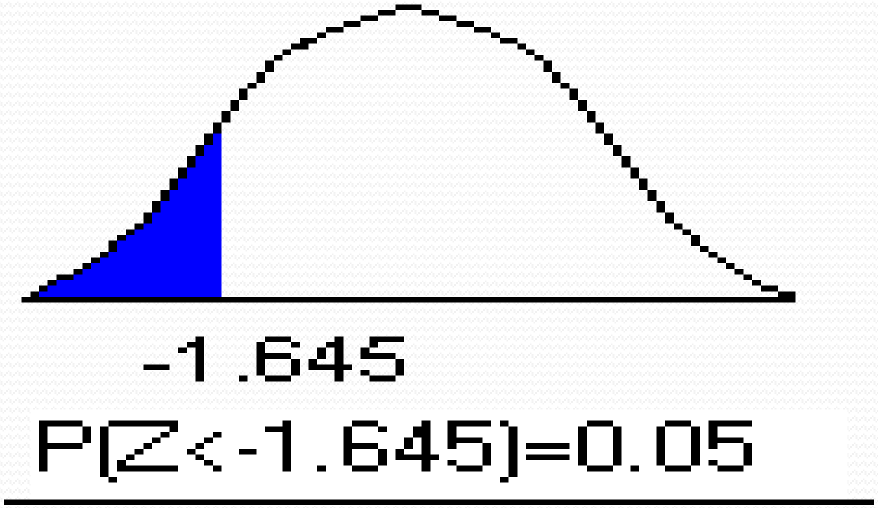
Tek veya iki grup
karşılaştırma testlerinde
Z veya
t-dağılışları kullanılır.

Z-Standart Normal Dağılış

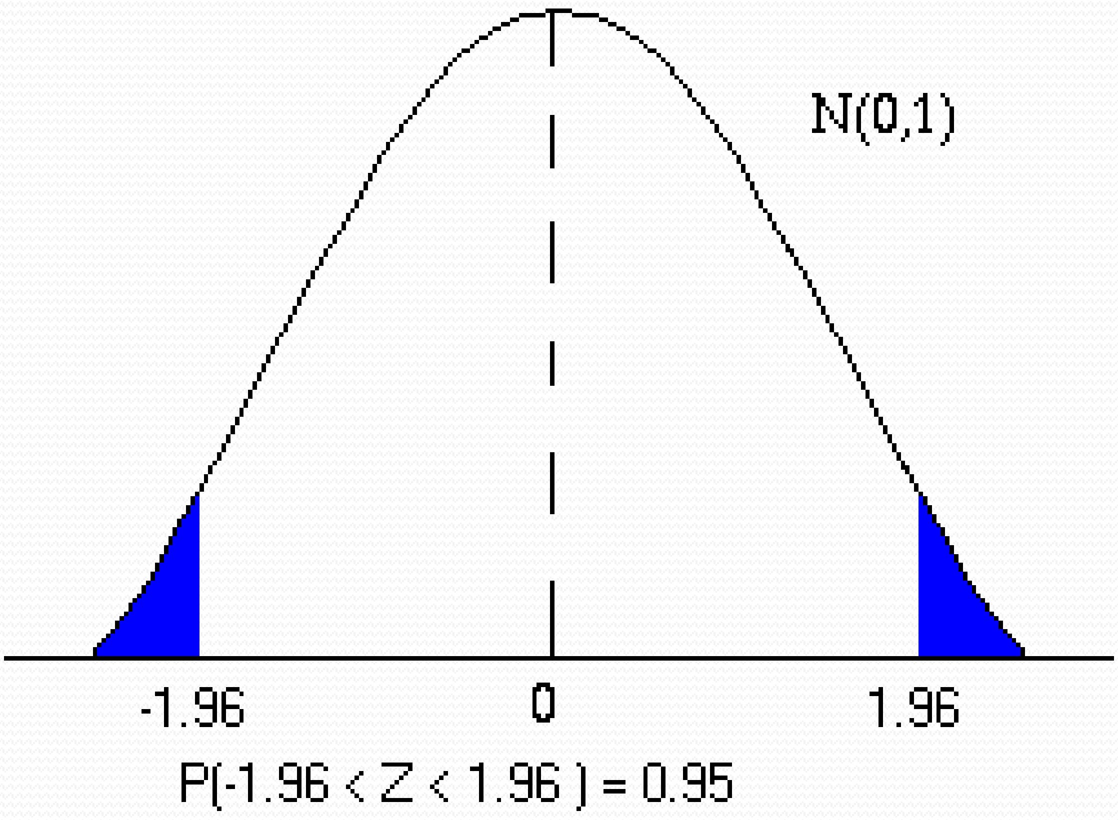
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233

t- Dağılışının Kritik Değerleri İki yönlü test değerleri (Tek yönlü test değerleri)						
sd	**0.2 (0.1)**	**0.1 (0.05)**	**0.05 (0.025)**	**0.02 (0.01)**	**0.01 (0.005)**	**0.001 (0.0005)**
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850

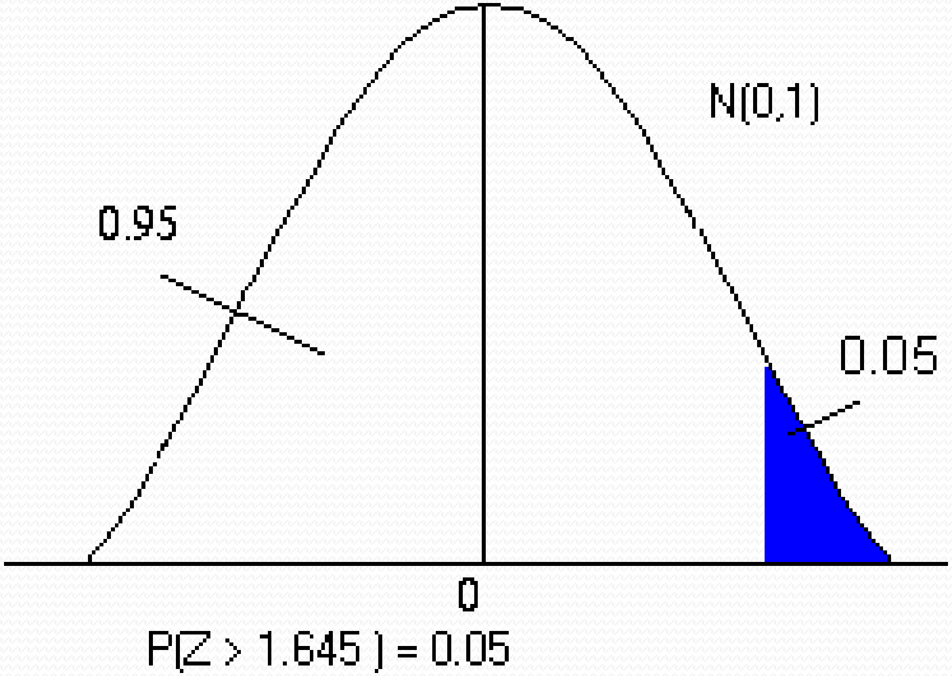
H_1 Hipotezinin Tek Yönlü Red Bölgesi ($\mu_1 < \mu_2$)



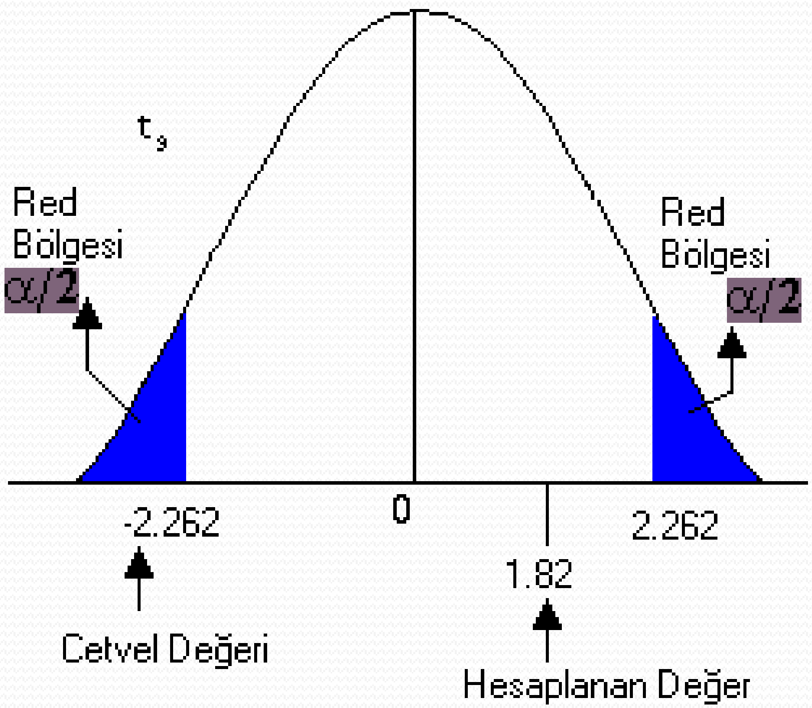
H_1 Hipotezinin Çift Yönlü Red Bölgesi



H_1 Hipotezinin Tek Yönlü Red Bölgesi ($\mu_1 > \mu_2$)

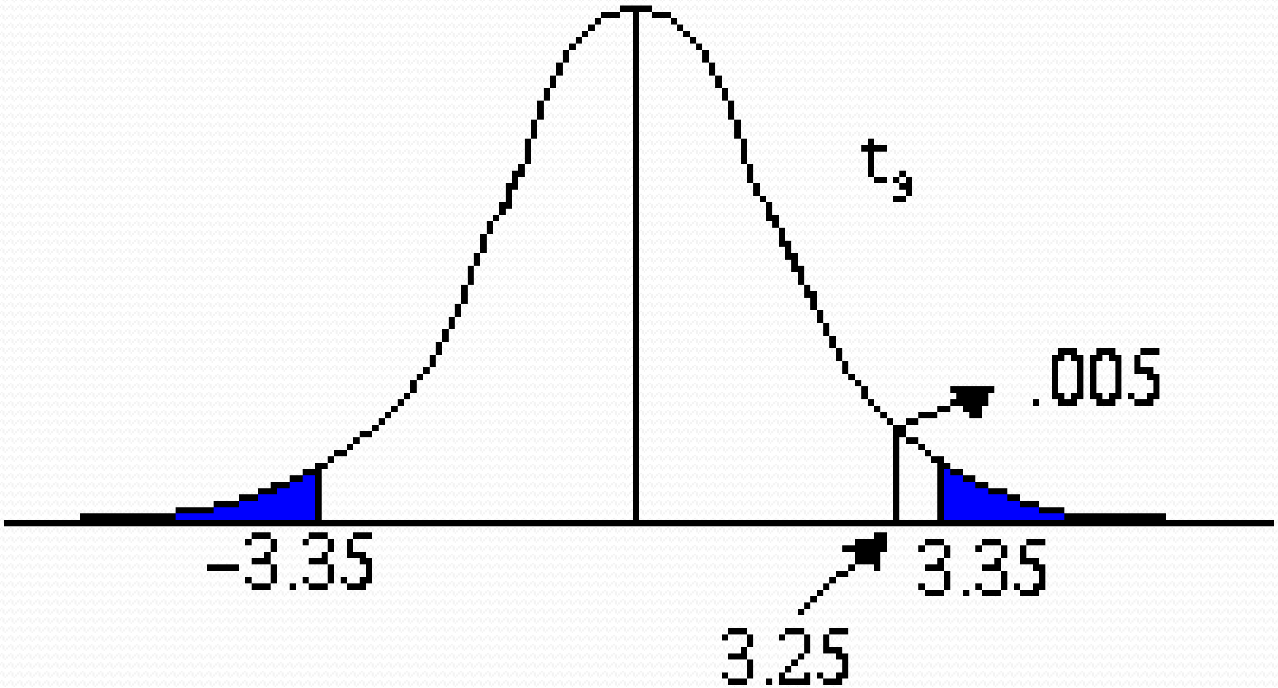


$t_{(9,\ 0.025)}=2.262$

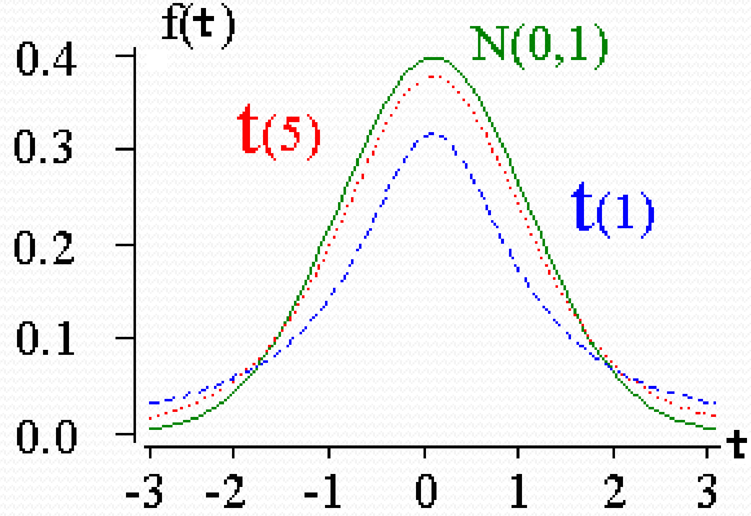


t9
Red Bölgesi
α/2
Red Bölgesi
α/2
-2.262
0
1.82
2.262
Cetvel Değeri
Hesaplanan Değer

H_1 Hipotezinin Çift Yönlü Red Bölgesi



Z ve t Dağılışları



Normal Dağılış Varsayımı Altındaki Hipotez Testleri

ORAN TESTLERİ

Oran Testi

- Biyolojide tıpta geçmişte yapılan geniş gözlemlere veya deneylere göre saptanan bazı oranlar vardır. Yeni bir uygulamanın bu oran üzerinde değişiklik yapıp yapmadığı araştırılabilir. Bu gibi hallerde oran testi kullanılır.
- Örneğin grip hastalığından bir hafta içinde iyileşme oranı %20 dir. Buna göre grip aşısı olmuş kişilerde bu oran değişmekte midir? Sorusu araştırılabilir. Bellirli sayıda denek üzerinden elde edilen yeni oran bu bilinen oranla karşılaştırılır. Bunu için Z testi kullanılır. Bunun için p'nin ortalaması ve varyansı bilinmesi gerekir; $E(p)=p$, $V(p)=pq/n$ alınarak bu test yapılır.

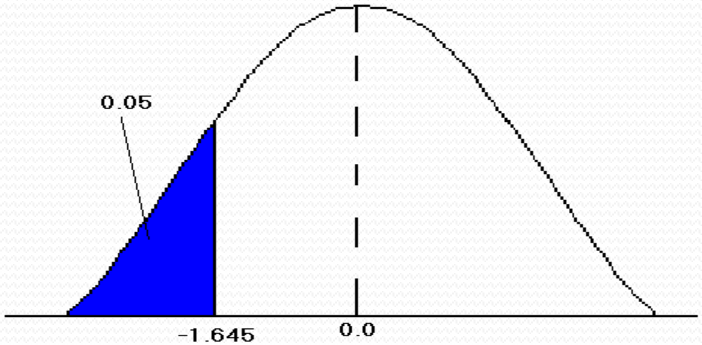
- H_o: $p=p_o$; (yeni oran ile eski bilinen oran arasında fark yoktur)
- H_1:$p \neq p_o$; Yeni oran ile eski oran birbirine eşit değildir. Bu hipotezde hipotezin yönü belli değildir. Yani yeni oran eski orandan küçükte olabilir, büyükte olabilir.
- Yeni uygulamanın iyileşmede bir artış sağlayacağı ile ilgili bir ön kanaat varsa H_1 kurulurken:
- H_1: $p>p_o$ şeklinde ifade edilir. H_1 in ifade ediliş şekli red bölgesinin bulunduğu yeri belirler.
- Test istatistiği:

$$Z = \frac{(\hat{p} - p_0)}{\sqrt{\frac{p_0 * q_0}{n}}} \approx N_Z(0,1)$$

- Örnek: Sezaryanla doğum yapan hastalarda doğum sonrası komplikasyon çıkması olasılığı %20 olarak bilinmektedir. Yeni bir yöntem geliştiren bir hastane bu oranı düşürdüğünü iddia etmektedir.

Bu iddiayı test için söz konusu hastanede sezaryan ameliyatı geçiren 80 hastadan 12 adedinin komplikasyon geçirdiği tesbit edilmiştir. Buna göre bu hastanenin iddiasının doğru olup olmadığını 0.05 önem düzeyinde test ediniz.

- Verilenler:
- $n=80$, $r=12$, $\alpha=0.05$
- H_0: $p=0.20$; H_1: $p<0.20$

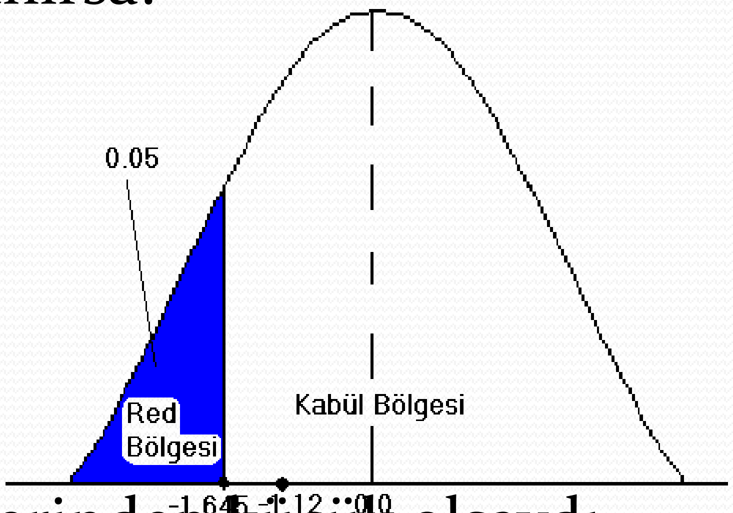


- İlk önce yeni yöntemdeki komplikasyon oranı hesaplanır.

$$\hat{p} = \frac{r}{n} = \frac{12}{80} = 0.15$$

- Buradan test istatistiği hesaplanırsa:

$$Z = \frac{(0.15 - 0.20)}{\sqrt{\frac{0.20 * 0.80}{80}}} = -1.12$$



- -1.12>-1.645
- Hesaplanan değer Z-tablo değerinden küçük olsaydı Ho red edilecekti, bu durumda, Ho red edilemez.Yani;
- Yeni yöntemdeki komplikasyon oranının azaldığı söylenemez.

Sıfır hipotezi ret edilemediği zaman hala zihinlerde iki olasılık vardır

a) Sıfır hipotezi gerçekten doğrudur(yani sanık gerçekten suçsuzdur),
b) Sıfır hipotezi yanlıştır, (yani sanık suçludur ancak deliller bunu ispatlamada yetersizdir).

Yani istatistikte de uygulama önemli etkiye sahip değildir denmesi, onun gerçekten etkisiz olduğunu göstermez, örnek büyüklüğü yeterli olmayabilir. Bu durumda **testin gücünü hesaplamak** gerekir. Test güçlü ise karar doğru olabilir, testin gücü az ise karardan şüphe duyulur.

Örnek:2

- Türkiye'de genel olarak toplumda sigara içme oranı 0.25 olduğu bilinmektedir. Ancak sigaranın zararını bilen hekimlerin daha az sigara içtiği iddia edilmektedir. Bu iddiayı test için 100 hekimle yapılan bir ankette bulduğum oran 0.1657 den küçük olursa önemli bir düşüklüğün olduğunu kabul ederim desem, alfa ve beta hata olasılıkları ne eder?

Eğer p<=0.1657 ise Ho ret edilecek. Bu durumda alfa'yı hesaplayalım (aslında burada: araştırıcının gerçek önemli saydığı fark 0.1657 ile 0.25 arasındaki büyüklük kadardır,bundan daha büyükse, önemli olacak).

$$\alpha = \Pr\left(P \leq 0.1657 / \text{ Ho} : P = 0.25 \text{ gercegi biliniyor } \right)$$

$$\mu_p = p_o$$

$$= 0.25$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p_o \cdot q_o}{n} = \frac{0.25 \times 0.75}{100}} = 0.043$$

$$\alpha = \Pr\left(z \leq \frac{0.1657 - 0.25}{0.043} \right) = \Pr\left(z \leq -1.96\right) = 0.05$$

Farz edelim ki gerçek doğru hipotez Ho değil de Hı olsun. Yani dağılışın gerçek ortalaması:

H_1:P=0.15 gerçek doğru ise beta ne eder?

β: Ho hipotezi yanlışsa, bunun ret edilememesi olasılığıdır.

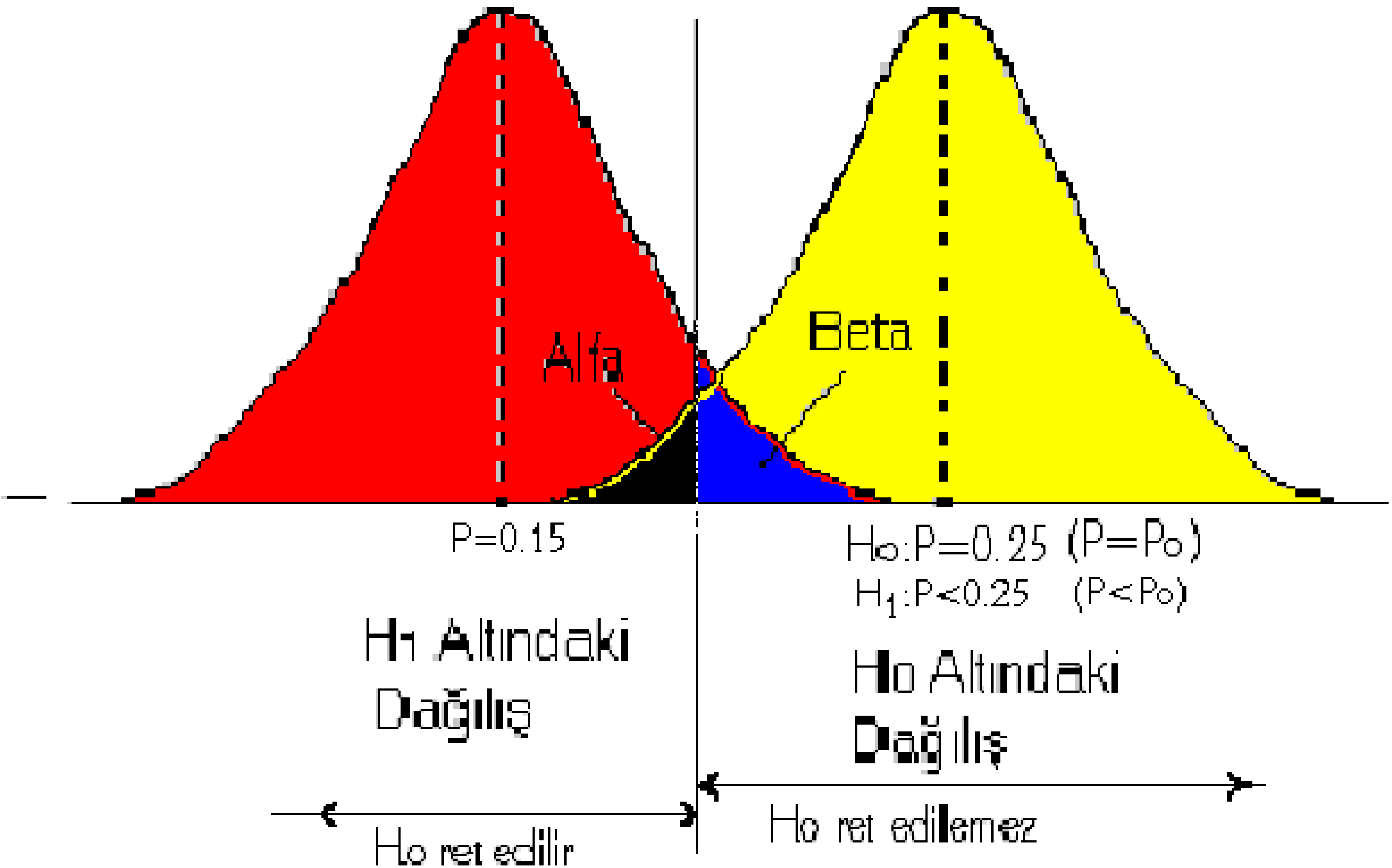
$$\beta = \Pr\left(P > 0.1657 / H_1 : P = 0.15 \text{ gercegi biliniyor}\right)$$

$$\mu_p = p_o$$

$$= 0.15$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p_o \cdot q_o}{n} = \frac{0.15 \times 0.85}{100}} = 0.036$$

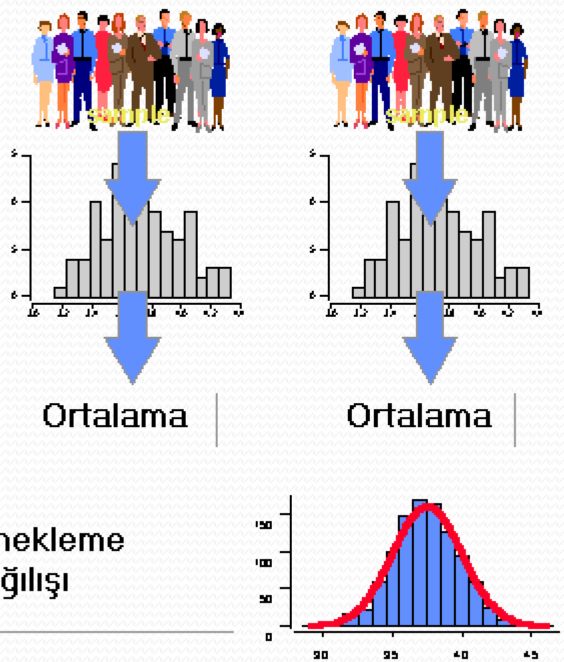
$$\beta = \Pr\left(z \geq \frac{0.1657 - 0.15}{0.036}\right) = \Pr(z \geq 0.44) = 0.33$$


Alfa
Beta
P=0.15
Ho:P=0.25 (P=Po)
H1:P<0.25 (P<Po)
H1 Altındaki Dağılış
Ho Altındaki Dağılış
Ho ret edilir
Ho ret edilemez

Buna göre

$\alpha=0.05$ bulunurken $\beta=0.33$ bulunmuştur.

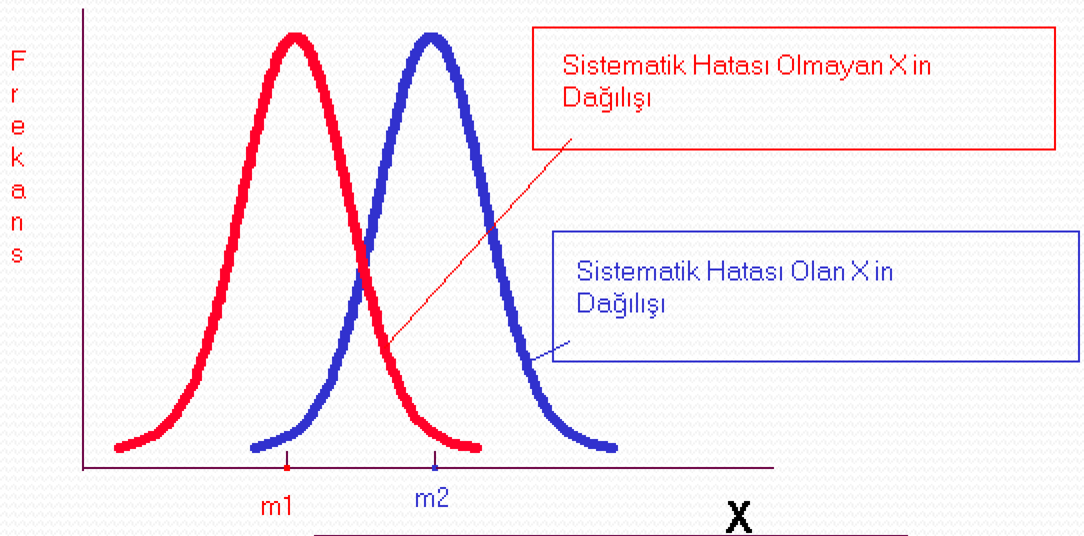
Bu değerlere bakınca β nın büyüklüğünün özel alternatif hipoteze ($H_1: p=0.15$) bağlı olduğu görülebilir, bu hipotez değiştirilerek β nın değeri büyültülüp küçültülebilir.



Örnekleme
Dağılışı

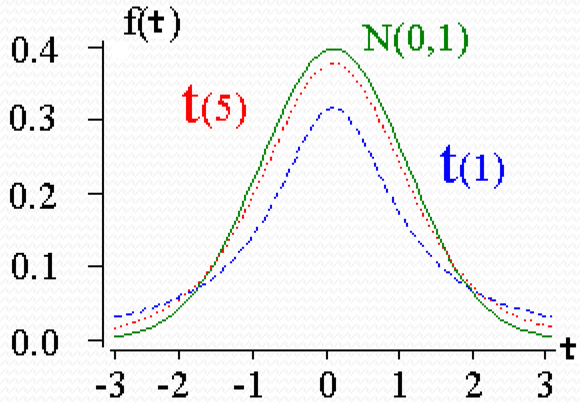
Sonsuz sayıda örnek
çekilse ortalamaların
dağılışı Normale
Yaklaşır

Sistematik Hatanın Ortalamaya Etkisi

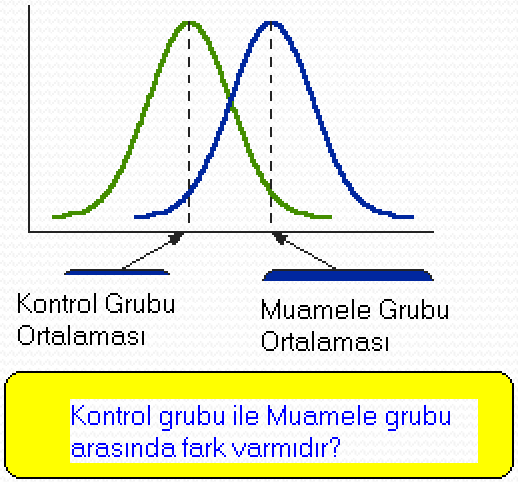


Dikkat edilirse sistematik hata ortalamanın büyüklüğünü değiştiriyor,
buna sapma (bias) denir.

Z ve t Dağılışları



Kontrol Grubu Ortalaması ve Muamele Grubu Ortalaması Arasında Fark Testi



H_1 Hipotezinin Kuruluşu

- Ho Hipotezi yokluk hipotezidir. Yani iki uygulama arasında fark yoktur diye kurulur. Diğer bir ifade ile:

$$H_0 : p = p_0$$
$$H_1 : p \neq p_0 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : p > p_0 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : p < p_0 \quad \text{şeklinde kurulur}$$

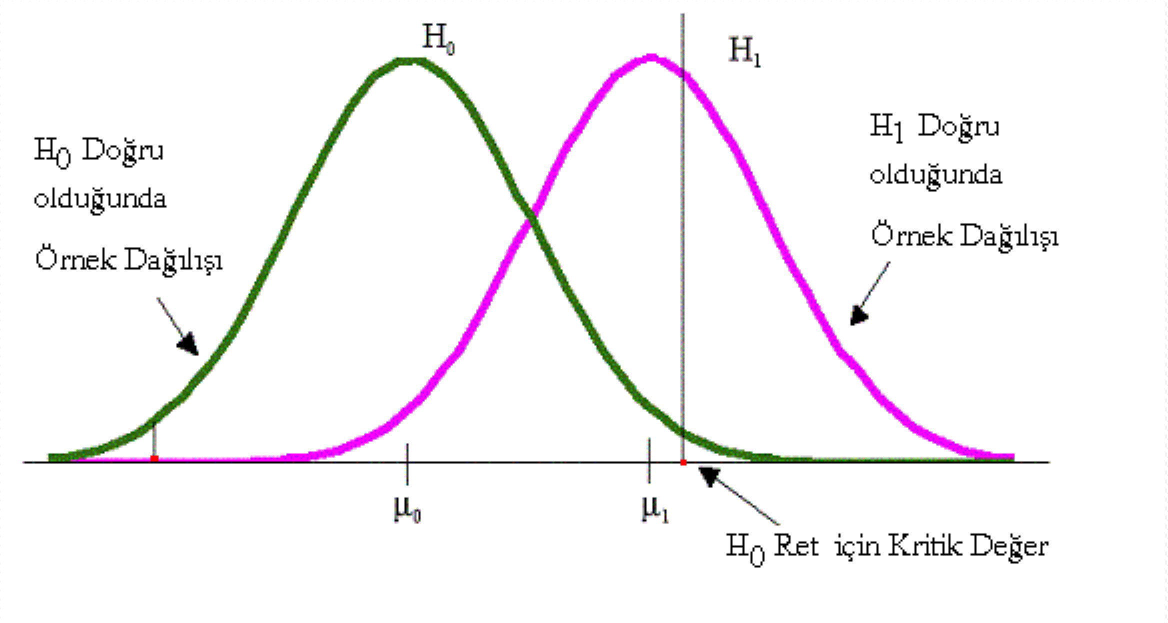
$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \quad \text{veya}$$
$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \quad \text{şeklinde kurulur.}$$

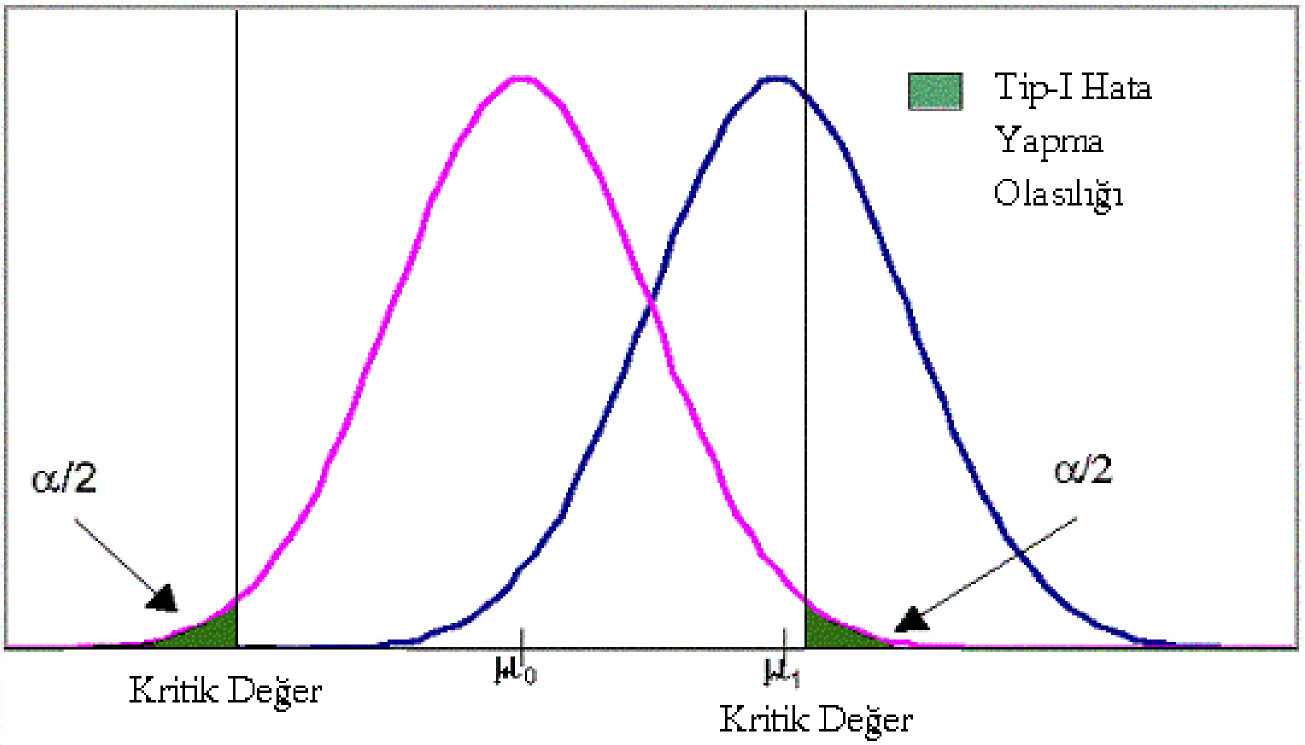
- Bu ifadeler araştırırcının konu ile ilgili ön yargısına bağlı olarak değişir. Eğer araştırıcı 1. Uygulamanın 2. Uygulamadan iyi olacağına dair ön yargısı varsa

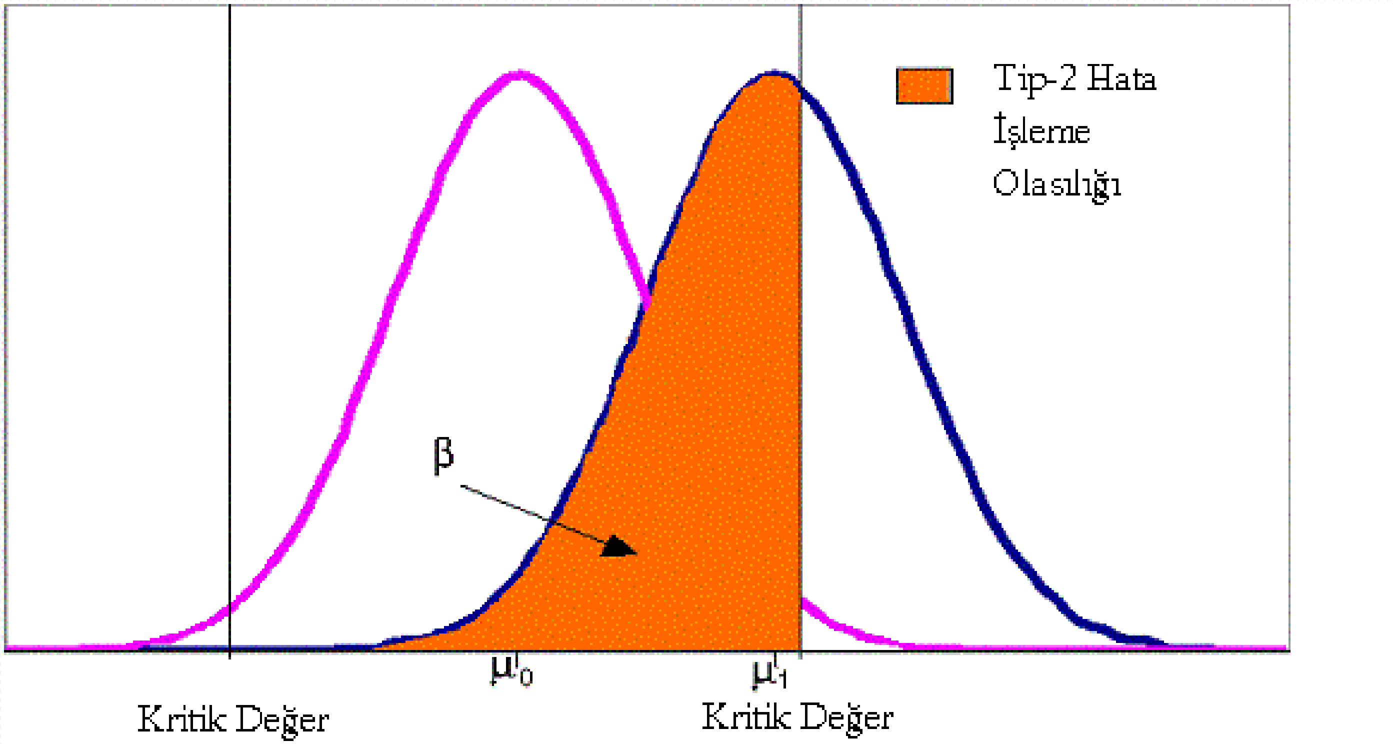
H1: $\mu_1 > \mu_2$ şeklinde kurulur.

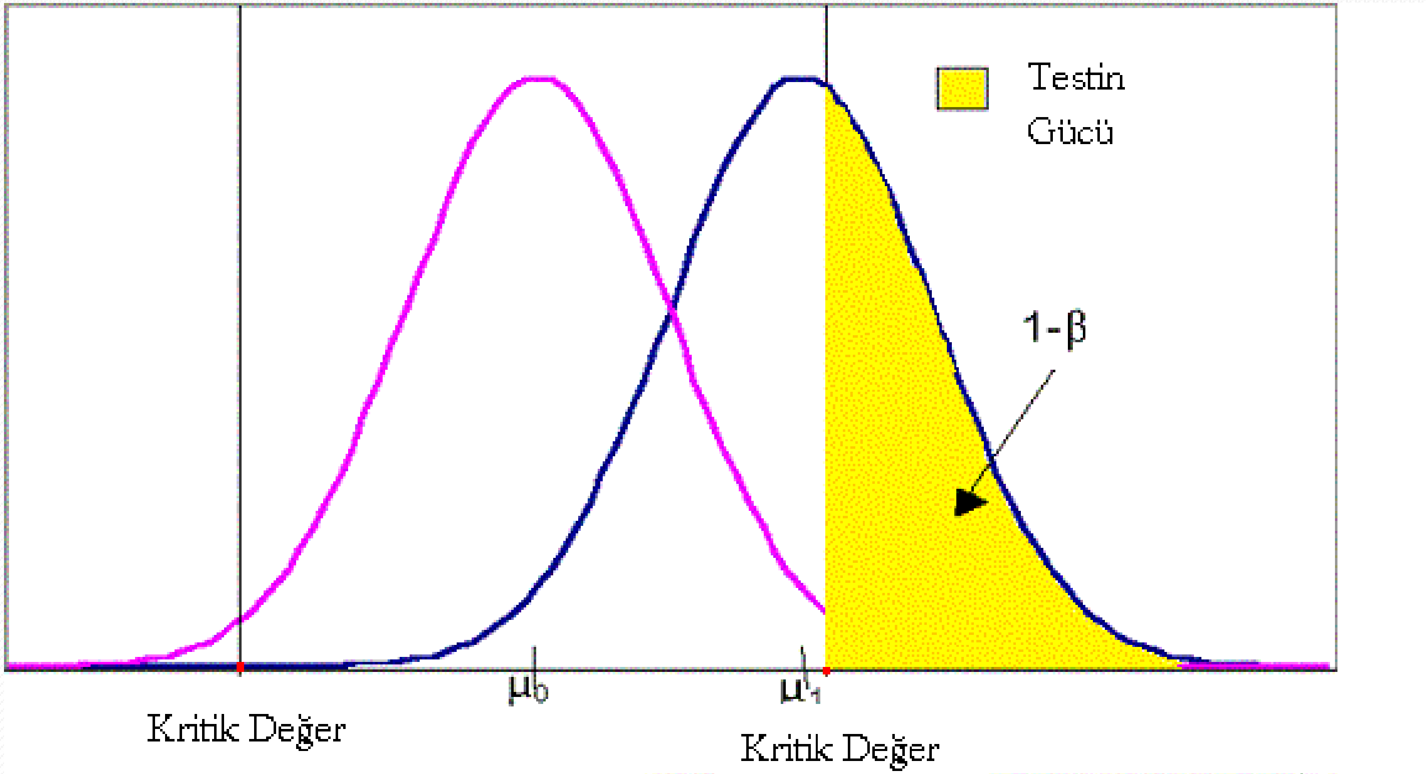
- Hiçbir ön yargısı yoksa

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$ şeklinde kurulur.


H_0
H_1
H_0 Doğru
olduğunda
Örnek Dağılışı
H_1 Doğru
olduğunda
Örnek Dağılışı
μ_0
μ_1
H_0 Ret için Kritik Değer


Tip-I Hata
Yapma
Olasılığı
α/2
α/2
Kritik Değer
μ0
μ1
Kritik Değer


Tip-2 Hata
İşleme
Olasılığı
β
μ'0
μ'1
Kritik Değer
Kritik Değer


Testin
Gücü
1-β
μ0
μ1
Kritik Değer
Kritik Değer

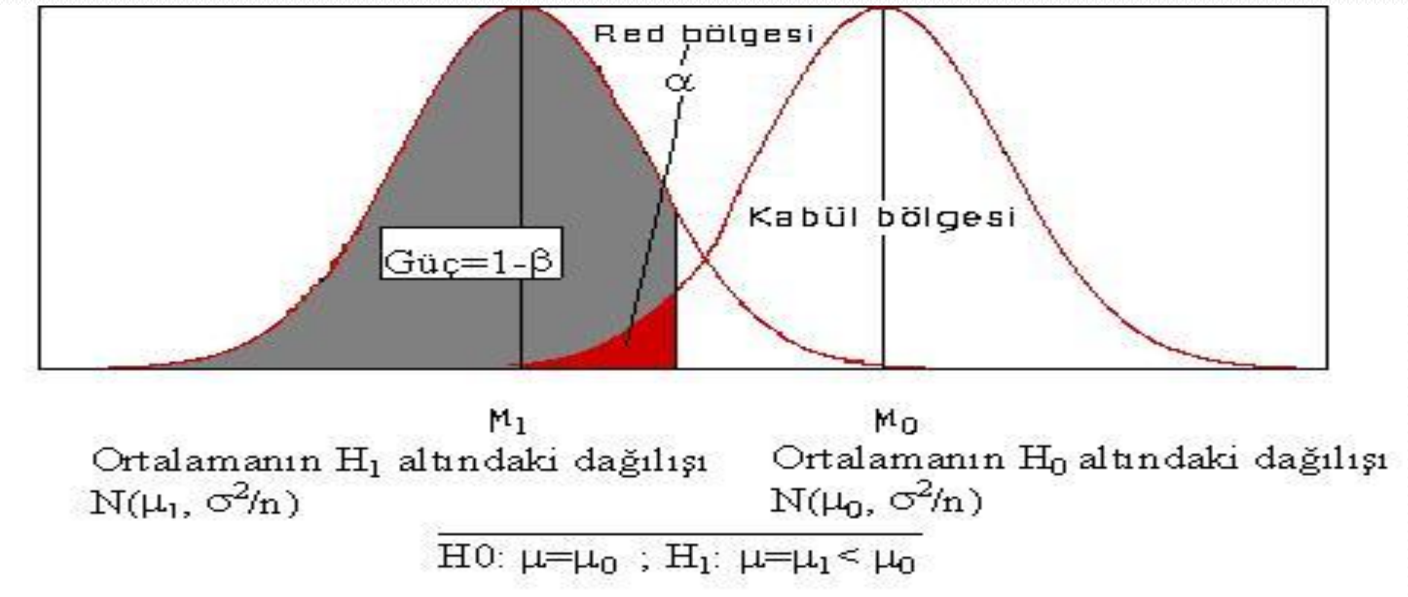
Testin Gücü

- Tek örnek testinde eğer $\bar{X} \geq (\mu_o + Z_{\alpha}\, \sigma / \sqrt{n})$ ise H_o red edilir. Eğer $\bar{X} < (\mu_o + Z_{\alpha}\, \sigma / \sqrt{n})$ ise H_o kabul edilir. Alternatif ortalama μ_1 sıfır hipotezindeki ortalamadan küçük olmadığı müddetçe hangi değeri alırsa alsın test işlemi fazla etkilemez. Örneğin $\mu_1 = 110$ değilde $\mu_1 = 115$ alınsaydı test işlemi aynı olacaktı. Ancak etkilenen değer testin gücü olacaktı. Testin Gücü= 1-P(II.Tip Hata), yani
- Güç= P(Ho red/ Ho yanlış)
- $= P(\bar{X} \geq (\mu_o + Z_{\alpha}\, \sigma / \sqrt{n}) \;/\; \mu = \mu_1)$, Hı hipotezi altında ortalamanın dağılışının $\bar{X} \sim N(\mu_1, \sigma^2 / n)$ olduğu biliniyor. Dolayısıyla limitler standardize edilirse testin gücü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

- Güç Z tablosu kullanılarak hesaplanabilir.

$$\text{Güç} = \Phi\left[(\mu_0 + Z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \mu_1)/(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})\right]$$

$$= \Phi\left[Z_\alpha + \frac{(\mu_0 - \mu_1)}{\sigma} \cdot \sqrt{n}\right]$$



Bir Testin Gücü Nasıl Artırılır

1. μ_0 ile μ_1 arasındaki mesafe (etki büyüklüğü) artırılarak
2. Örnek dağılışının standart sapması azaltılarak (genelde örnek büyüklüğü artırılarak bu yapılabilir)
3. Tip-1 hata olasılığını (α) artırarak

İki Oranın Farkının testi

- Bir sağlık taramasında kimyasal sanayide çalışan ve tesadüfen seçilen 359 kişiden 98'inde , çelik sanayinde çalışan 397 kişiden 58 inde fıtık görülmüştür. <u>Her iki sanayi kesiminde fıtık oranı aynımıdır</u>?
- $H_0: p_1 - p_2 = 0$; $H_1: p_1 - p_2 \neq 0$; $\alpha = 0.05$ için Standart normal değer: $Z_{0.025}=1.96$ dır. Çözüm:

$$\hat{p}_1 = \frac{r_1}{n_1} = \frac{98}{359} = 0.273$$

$$\hat{p}_2 = \frac{r_2}{n_2} = \frac{58}{397} = 0.146$$

$$p_0 = \frac{r_1 + r_2}{n_1 + n_2} = \frac{98+58}{359+397} = 0.206$$

Z testi uygulanırsa; Dağılışların varyansları eşit ise p_o,q_o kullanılarak ortak variyans hesaplanır.

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (0)}{\sqrt{p_0 * q_0 (\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

$$= \frac{0.273 - 0.146}{\sqrt{0.206 * 0.794 (\frac{1}{359} + \frac{1}{397})}} = \frac{0.127}{0.029} = 4.38$$

Elde edilir. H1 çift yönlü olduğundan, |4.38|>|1.96| yani, |hesaplanan değer|> |Cetvel değeri| olduğundan Ho red edilir. Karar: <u>Oranlar arasında istatistiki olarak önemli bir fark vardır</u>.

- Eğer varyanslar eşit kabul edilmez ise paydada bireysel variyanslar kullanılır, yani;

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (0)}{\sqrt{\left(\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}\right)}}$$

- Eğer n_1 ve n_2 küçük ise Yates düzeltmesi kullanılmalı veya Exact test uygulanmalıdır.

- Örnek: Tesadüfen seçilmiş 257 hasta A yöntemi ile tedavi ediliyor, 41 tanesi ölüyor, 244 hasta ise B yöntemi ile tedavi ediliyor bunlardan da 64 tanesi ölüyor. Her iki yöntemdeki ölüm oranlarının <u>eşit olup olmadığını</u> kontrol ediniz.
- $H_0: p_1 - p_2 = 0$; $H_1: p_1 - p_2 \neq 0$
- $p_1=41/257=0.1595$, $q_1= 1-0.1595= 0.8405$,
- $p_2= 64/244=0.2623$, $q_2=1-0.2623=0.7377$,
- $Var(p_1 - p_2)=[0.1595*0.8405/257]+[0.2623*0.7377/244]$

$=0.0013146$

$SH(p_1 - p_2)=\sqrt{0.0013146}=0.0363$

$Z=[0.1595-0.2623]/[\sqrt{(0.1595*0.8405/257)+(0.2623*0.7377/244)}]$

$= -0.1028/0.0362= -2.84$; $|-2.84|>|-1.96|$ Ho red edilir.

Yani: iki yöntem arasında önemli fark vardır.

İKİ ORAN FARKINA DAİR HİPOTEZ TESTİNİN Kİ-KARE ($\chi 2$)DAĞILIŞI KULLANILARAK YAPILMASI

Oran Testi İle Ki-Kare Testi Arasındaki İlişki

İki farklı tedavi grubunda kemik iliği kanserinden 3 yıl sonunda ölen çocuk sayısı aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Tedavi Grubu -A: 87 kişiden 37 kişi ölmüş

Tedavi Grubu-B: 21 kişiden 13 kişi ölmüş

Ölüm oranları her iki tedavide farklı mıdır (α=0.05)?

Z- Oran Testine Göre Sonuç

$$\hat{p}_1 = \frac{r_1}{n_1} = \frac{37}{87} = 0.425; \ \hat{p}_2 = \frac{13}{21} = 0.619;$$

$$\hat{p}_0 = \frac{r_1 + r_2}{n_1 + n_2} = \frac{13+37}{87+21} = \frac{50}{108} = 0,463$$

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0; \quad H_1 : p_1 - p_2 \neq 0 ;$$

$$Z = \left|-1.60\right| < \left|-1.96\right| \text{ Ho ret edilemez,} \qquad p(Z_h) = 0.11$$

İki uygulama grubundaki ölüm oranları farklı değildir ($p>0.05$).

Ki-Kare Testinin Sonucunun Hesaplanması

	KİK Öldü	KİK Ölmedi	$\sum$
Tedavi A	A=37	B	a+b=87
Tedavi B	C=13	D	c+d=21
$\sum$	a+c=50	b+d	N=108

Önce "Beklenen değerlerin" hesabı gerekir:

$$B_{11} = \frac{87x50}{108} = 40.28, \quad B_{21} = \frac{21x50}{108} = 9.72$$

$$B_{12} = 87 - 40.3 = 46.72, \quad B_{22} = 21 - 9.7 = 11.28$$

Khi-Kare Testine Göre Sonuç

	Ölen	Kalan	Toplam
Tedavi Gr -A	G11=37 B11=40.28	G12=50 B12=46.72	87
Tedavi Gr -B	G21=13 B21=9.72	G22=8 B22=11.28	21
Toplam	50	58	108

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{(G_{ij}-B_{ij})^2}{B_{ij}}$$

$$= \frac{(37-40,28)^2}{40,28} + \frac{(50-46.72)^2}{46.72} + \frac{(13-9.72)^2}{9.72} + \frac{(8-11.28)^2}{11.28}$$

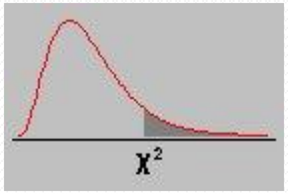
$$= 2.554 < \chi^2_{(1,0.05)} = 3.841 \quad \text{Ho ret edilemez.}$$

$$p(\chi^2{}_h) = 0.11$$

Farklı tedavi (A veya B) uygulamanın ölüm oranı üzerinde etkisi yoktur($p>0.05$).

Yani ölme ile uygulama arasında bir bağlantı yoktur. Burada hesaplanan olasılık(0.11) ile önceki teknikle hesaplanan Z nin olasılığı(0.11) aynı bulunur.

Ki-Kare Dağılışının Sağ Kuyruk Alanı



Ki-Kare Dağılışının Sağ Kuyruk Alanı

sd\alan	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.10153	0.45494	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.01003	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072	0.57536	1.38629	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663
3	0.07172	0.11483	0.21580	0.35185	0.58437	1.21253	2.36597	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487	12.83816
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362	1.92256	3.35669	5.38527	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670	14.86026
5	0.41174	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031	2.67460	4.35146	6.62568	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627	16.74960
6	0.67573	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413	3.45460	5.34812	7.84080	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581	9.03715	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412	10.21885	13.36157	15.50731	17.53455	20.09024	21.95495
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283	11.38875	14.68366	16.91898	19.02277	21.66599	23.58935
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720	9.34182	12.54886	15.98718	18.30704	20.48318	23.20925	25.18818